

ข้อมูลคุณสมบัติทางกายภาพใหม่และการวิวัฒนาการของ ระบบดาวคู่อีเอกซ์ เคนิส ไมนอริส

New Physical Parameters Data and Evolution

of a Binary Star System EX Canis Minoris

ธนวัฒน์ รังสูงเนิน^{*}

Thanawat Rangsunnoen^{*}

โปรแกรมวิชาฟิสิกส์และวิทยาศาสตร์ทั่วไป คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา ประเทศไทย

Physics and General Science Program, Faculty of Science and Technology, Nakhon Ratchasima Rajabhat University, Thailand

Received: 17 April 2025, Received in revised form: 27 March 2026, Accepted: 3 April 2026

Available online: 10 April 2026

Abstract

วัตถุประสงค์และที่มา: การศึกษาระบบดาวคู่เป็นงานวิจัยที่นักดาราศาสตร์ให้ความสำคัญเป็นอย่างมาก เพื่อที่จะทำความเข้าใจวิวัฒนาการของกาแล็กซี ระบบดาวคู่ (Binary Star Systems) กล่าวได้ว่าเป็นกุญแจสำคัญในการไขความลับเกี่ยวกับวิวัฒนาการของดาวฤกษ์ เนื่องจากเป็นแหล่งข้อมูลทางกายภาพที่สำคัญ เช่น มวล รัศมี และความส่องสว่าง เป็นต้น (Kallrath and Milone, 2009) โดยเฉพาะระบบดาวคู่อุปราคา ชนิด W Ursae Majoris (W UMa) ซึ่งเป็นระบบดาวคู่แบบแตะกัน (Contact Binaries) ที่ดาวฤกษ์ทั้งสองดวงโคจรอยู่ใกล้กันมากจนมีชั้นบรรยากาศชั้นนอกร่วมกัน (Common Envelope) ระบบดาวคู่ อีเอกซ์ เคนิส ไมนอริส จัดเป็นตัวอย่างที่น่าสนใจของดาวคู่ประเภทนี้ เนื่องจากมีคาบวงโคจรที่สั้นและแสดงพฤติกรรมทางฟิสิกส์ที่มีความซับซ้อน จากการสังเกตการณ์ในอดีต พบว่า ระบบดาวคู่ อีเอกซ์ เคนิส ไมนอริส เป็นระบบดาวคู่ที่มีการเปลี่ยนแปลงคาบวงโคจร (Period Variation) อย่างมีนัยสำคัญ ซึ่งการวิเคราะห์ผ่านแผนภาพ O-C (Observed minus Calculated) สามารถบ่งชี้ถึงการถ่ายโอนมวลระหว่างดาวสมาชิก หรือความเป็นไปได้ในการมีวัตถุที่สาม (Third body) ในระบบ (Kreiner *et al.*, 2001) นอกจากนี้ การศึกษาโดย Samec และ Hube (1991) ยังชี้ให้เห็นว่า ระบบดาวคู่ อีเอกซ์ เคนิส ไมนอริส มีลักษณะทางกายภาพที่สอดคล้องกับแบบจำลองของระบบดาวคู่แบบแตะกันที่มีอัตราส่วนมวลต่ำ ความท้าทายที่มีความสำคัญของการศึกษาระบบดาวคู่นี้คือปรากฏการณ์ความไม่สมมาตรของกราฟแสง หรือปรากฏการณ์โอคอนเนลล์ (O'Connell Effect) ซึ่งสันนิษฐานว่าเกิดจากกิจกรรมทางแม่เหล็กบนพื้นผิวดาวที่ทำให้เกิดจุดมืด (Star spots) การวิเคราะห์ข้อมูลในระดับสูงจึงจำเป็นต้องอาศัยซอฟต์แวร์ประมวลผลที่มีความแม่นยำ เช่น PHOEBE ซึ่งพัฒนาต่อจากอัลกอริทึมของ Wilson และ Devinney เพื่อสร้างแบบจำลองที่ใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากที่สุด (Prša and Zwitter, 2005; Wilson and Devinney, 1971) ในบริบทของการศึกษาในประเทศไทย ได้ทำการศึกษาวิวัฒนาการและการเปลี่ยนแปลงคาบวงโคจรของระบบดาวคู่ อีเอกซ์ เคนิส ไมนอริส ซึ่งพบว่าระบบมีการเปลี่ยนแปลงที่สอดคล้องกับทฤษฎีการสูญเสียโมเมนตัมเชิงมุมผ่านลม

ดาวฤกษ์ (Magnetic Braking) (Komolchinda, 2008) อย่างไรก็ตามงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อทำการวิเคราะห์คุณลักษณะทางกายภาพและวิเคราะห์หาแนวโน้มในการวิวัฒนาการของระบบดาวคู่ระบบนี้

วิธีการดำเนินการวิจัย: ผู้วิจัยได้ดำเนินการสังเกตการณ์ระบบดาวคู่ อีเอกซ์ เคนิส ไมนอร์ส ณ หอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบพระชนมพรรษา นครราชสีมา โดยใช้กล้องโทรทรรศน์สะท้อนแสง Planewave รุ่น CDK700 ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางหน้ากล้อง 0.7 เมตร ร่วมกับระบบ CCD โฟโตเมตรี camera รุ่น Proline PL16803 ผ่านแผ่นกรองแสงความยาวคลื่นสั้นน้ำเงิน สีเหลืองและสีแดง ตามมาตรฐานระบบ UBV ข้อมูลภาพถ่ายที่ได้นำมาผ่านการรีดักชันภาพ (Image Reduction) เพื่อกำจัดสัญญาณรบกวนและข้อบกพร่องของกล้อง นำภาพถ่ายมาทำการวัดแสงด้วยวิธีดิฟเฟอเรนเชียลโฟโตเมตรี (Differential Photometry) ด้วยโปรแกรม MaxIm DL Pro6 นำค่าตัวเลขที่ได้ทำการแปลงเวลาการสังเกตการณ์จากวันจูเลียน (JD) ให้เป็นวันจูเลียนศูนย์กลางสุริยะ (HJD) เพื่อแก้ไขผลกระทบจากการเคลื่อนที่ของโลกที่โคจรรอบดวงอาทิตย์ หลังจากนั้นทำการสร้างกราฟแสงจากการสังเกตการณ์เพื่อหาช่วงเวลาที่แสงน้อยที่สุด แล้วนำข้อมูลที่ได้รวมกับข้อมูลในอดีตของ Bob Nelson มาคำนวณหาสมการเส้นตรงอพิเมอริสใหม่ และวิเคราะห์แผนภาพ O-C เพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงคาบวงโคจร นำข้อมูลจากการคำนวณมาทำการวิเคราะห์หาพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดโดยใช้โปรแกรม PHOEBE เพื่อวิเคราะห์คุณสมบัติทางกายภาพของระบบดาวคู่

ผลการวิจัย: ผลการวิจัยพบว่าสมการเส้นตรงอพิเมอริสใหม่ของ ระบบดาวคู่ อีเอกซ์ เคนิส ไมนอร์ส คือ $HJD = 2453759.635 (\pm 0.00178) + 0.28684 (\pm 8.97951 \times 10^{-8})E$ โดยมีคาบวงโคจร 0.28684 วัน และมีอัตราการเพิ่มขึ้นของคาบวงโคจรเท่ากับ 8.83345×10^{-18} วินาทีต่อปี หรือ 7.99602×10^{-11} วันต่อรอบ ซึ่งสอดคล้องกับลักษณะของเส้นกราฟที่มีแนวโน้มเป็นรูปพาราโบลาแบบหงายในแผนภาพ O-C นอกจากนี้ แผนภาพ O-C Residual มีแนวโน้มแสดงรูปแบบคลื่นไซน์ มีการเปลี่ยนแปลงคาบที่มีอัตราเร็วเชิงมุมเป็นหน่วย เรเดียนต่อรอบ และมีค่า Semi-amplitude เท่ากับ 0.00152 วัน ซึ่งสามารถนำไปหาค่า light-time ซึ่งบ่งชี้ถึงการอาจมีอยู่ของวัตถุที่สามโดยสามารถคำนวณระยะห่างได้เท่ากับ 0.26335 AU จากจุดศูนย์กลางมวลของระบบดาวคู่ โดยลักษณะคลื่นไซน์นี้เกิดจาก วัตถุที่มีมวลน้อย (Low-mass companion) เช่น ดาวเคราะห์หรือดาวแคระน้ำตาล โคจรรอบดาวหลัก ซึ่งส่งผลให้เกิดการเลื่อนของเวลาอุปราคาตามคาบวงโคจรของวัตถุนั้น การวิเคราะห์คุณสมบัติทางกายภาพด้วย PHOEBE แสดงอุณหภูมิยังผลของดาวปฐมภูมิและทุติยภูมิที่ 6000 K และ 6300 K ตามลำดับ มีมุมเอียงระนาบวงโคจร 89.0 องศา และอัตราส่วนมวล 1.83

สรุปผลการวิจัย: สรุปได้ว่า ระบบดาวคู่ อีเอกซ์ เคนิส ไมนอร์ส เป็นระบบดาวคู่แบบใกล้ชิดชนิดตะกั่มมาก ที่มีคาบวงโคจรเพิ่มขึ้น ซึ่งไม่สอดคล้องกับทฤษฎีวิวัฒนาการของระบบดาวคู่ทั่วไป และอาจเกิดจากปัจจัยภายในระบบ เช่น จุดร้อน หรือ อิทธิพลแรงโน้มถ่วงจากดาวดวงที่สาม

คำสำคัญ: อีเอกซ์ เคนิส ไมนอร์ส; คาบวงโคจรใหม่; สมบัติทางกายภาพ; วัตถุที่สาม

Abstract

Background and Objectives: The study of binary star systems is a major focus for astronomers in order to understand the evolution of galaxies. Binary star systems are considered key to unlocking the mysteries of stellar evolution because they provide crucial physical data such as mass, radius, and luminosity (Kallrath and Milone, 2009). In particular, the eclipsing binary system of the W Ursae Majoris (W UMa) type, which is a contact binary system where the two stars orbit very close together and share an outer atmosphere (common envelope), the EX Canis Minoris binary system is a fascinating example of this type because it has a short orbital period and exhibits complex physical behavior. Past observations have shown that the binary system EX Canis Minoris exhibits significant orbital period variation. Analysis using the Observed Minus Calculated (O-C) diagram suggests mass transfer between the stars or the possibility of a third body in the system (Kreiner *et al.*, 2001). Furthermore, a study by Samec and Hube (1991) indicated that the binary system EX Canis Minoris exhibits physical characteristics consistent with models of low-mass ratio touch binary systems. A significant challenge in studying this binary system is the optical asymmetry phenomenon, or the O'Connell effect, which is assumed to be caused by magnetic activity on the star's surface resulting in star spots. High-level data analysis therefore requires accurate processing software such as PHOEBE, which is an advanced version of the Wilson and Devinney algorithm, to create models that are as close to reality as possible (Prša and Zwitter, 2005; Wilson and Devinney, 1971). In the context of research in Thailand, Siramas Komolchinda (2008) studied the evolution and changes in the orbital period of the binary star system EX Canis Minoris. The system was found to undergo changes consistent with the theory of angular momentum loss through stellar winds (magnetic braking). However, this research aims to analyze the physical characteristics and anticipate evolutionary trends of this binary star system.

Methodology: Researchers observed the binary star system EX Canis Minoris at the 7th Cycle Royal Birthday Anniversary Observatory in Nakhon Ratchasima using a 0.7-meter diameter Planewave reflecting telescope, model CDK700, in conjunction with a Proline PL16803 CCD photometry camera. The observations were filtered through blue, yellow, and red wavelength filters according to the UBV standard. The obtained photographic data underwent image reduction to eliminate noise and camera defects. The photographs were then measured using differential photometry with MaxIm DL Pro6 software. The resulting values were then converted from Julian days (JD) to zero Julian days (HJD) to correct for the effects of the Earth's orbit around the Sun. Next, an optical graph was constructed from observations to identify the periods of lowest light. This data, combined with Bob Nelson's historical data, was used to calculate a new equation for the ephemeris linear equation. An O-C diagram was analyzed

to study changes in the orbital period. The calculated data was then used to analyze the optimal parameters using PHOEBE software to analyze the physical properties of the binary star system.

Main Results: The results revealed that the novel linear equation of ephemeris for the binary star system EX Canis Minoris is $HJD = 2453759.635 (\pm 0.00178) + 0.28684 (\pm 8.97951 \times 10^{-8})E$, with an orbital period of 0.28684 days and an orbital period increase rate of 8.83345×10^{-18} seconds per year, or 7.99602×10^{-11} days per orbit. This is consistent with the characteristics of an upward-facing parabolic graph in the O-C diagram. Furthermore, the O-C residual diagram tends to exhibit a sine wave pattern, with a period change having an angular velocity in radians per cycle and a semi-amplitude of 0.00152 days. This can be used to determine the light-time, indicating the possible existence of a third object, whose distance can be calculated to be 0.26335 AU from the center of mass of the binary system. This sine wave phenomenon is caused by low-mass companion objects, such as planets or brown dwarfs, orbiting the parent star, resulting in a time shift of eclipses across the object's orbital period. Phoebe's physical analysis shows effective temperatures of the primary and secondary stars at 6000 K and 6300 K, respectively, an orbital inclination of 89.0 degrees, and a mass ratio of 1.83.

Conclusions: In conclusion, the EX Canis Minoris binary system is a over contact binary system with an increasing orbital period, which is inconsistent with the general evolutionary theories of binary systems and may be due to internal system factors such as hot spots or gravitational influence from a third body.

Keywords: EX Canis minoris; new orbital period; physical parameters; third body

*Corresponding author. E-mail: kruneng.kk@gmail.com

Introduction

ระบบดาวคู่แบบใกล้ชิด ชนิด W Ursae Majoris (W UMa) เป็นระบบดาวที่มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการศึกษา การวิวัฒนาการของดาวฤกษ์และการถ่ายโอนมวลสารในอวกาศ ลักษณะเด่นของดาวคู่ชนิดนี้คือการที่ดาวฤกษ์ทั้งสองดวง โคจรอยู่ภายในผิวชั้นนอกพร้อมกัน (Common convective envelope) ส่งผลให้เกิดการแลกเปลี่ยนพลังงานและถ่ายเทมวลสาร จนทำให้อุณหภูมิพื้นผิวของดาวทั้งสองมีความใกล้เคียงกัน แม้ว่าดาวแต่ละดวงจะมีมวลที่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญก็ตาม (Eker *et al.*, 2021) จากการศึกษาวิจัยที่ผ่านมาพบว่า ระบบดาวคู่ชนิด W UMa มักมีคาบวงโคจรที่สั้นกว่า 1 วัน และมีการ เปลี่ยนแปลงของกราฟแสงในลักษณะต่อเนื่องไม่มีช่วงราบ (Continuous light variation) ซึ่งเกิดจากการบิดเบี้ยวของรูปทรง ดาวภายใต้แรงไทดัล (Pecaut & Mamajek, 2013) กระบวนการวิวัฒนาการของระบบดาวเหล่านี้เริ่มต้นจากการสูญเสีย โมเมนตัมเชิงมุมผ่านลมดาวฤกษ์ (Magnetic braking) จนนำไปสู่การสัมผัสกันที่สุดในที่สุด (Latkovic' *et al.*, 2021)

ระบบดาวคู่อีเคอร์ส ไมเนอร์ส (EX Canis minoris) หรือ TIC 453188568, ATO J111.0896 + 11.4618, 2MASS J07242152 + 1127426, Gaia DR3 3162758808052303872, Gaia DR2 3162758808052303872 เป็นต้น ตาม

การเรียกชื่อในระบบบัญชีรายชื่ออื่น ระบบดาวคู่อีเอ็กซ์ เคนิส ไมนอริส เดิมเป็นดาวแปรแสง (Benacquista, 2013) ต่อมาได้รับการเสนอว่าเป็นระบบดาวคู่แบบใกล้ชิด โดย Heinze ในปี 2018 (Heinze *et al.*, 2018) และถูกยืนยันว่าเป็นระบบดาวคู่ชนิดดับเบิลยู เออร์ซา เมเจอร์ (W Ursa Majoris, EW) อยู่ในกลุ่มดาวสุนัขเล็ก (Gaia collaboration *et al.*, 2021) มีพิกัดที่ไรต์แอสเซนชัน (RA) เท่ากับ 07 ชั่วโมง 24 นาที 21.5118888312 วินาที และค่าเดคลิเนชัน (Dec) เท่ากับ +11 องศา 27 ลิปดา 42.598292328 ลิปดา มีค่าความสว่างปรากฏเท่ากับ 12.32 (mag V) (ZACHARIAS. *et al.* 2013) มีอุณหภูมิยังผลเท่ากับ 5520 เคลวิน ซึ่งเย็นกว่าอุณหภูมิยังผลของดวงอาทิตย์ซึ่งอยู่ที่ 5777 เคลวิน จากค่าพารัลแลกซ์ที่ 3.3006 พาร์เซก ระยะทางของระบบดาวคู่อีเอ็กซ์ เคนิส ไมนอริส จากโลกสามารถคำนวณได้ที่ระยะ 988.19 ปีแสงหรือ 302.98 พาร์เซก ความส่องสว่างของดาวคู่ระบบนี้มีค่าเท่ากับ 1.02 เท่าของดวงอาทิตย์ รัศมีของระบบดาวคู่อีเอ็กซ์ เคนิส ไมนอริส มีค่าประมาณ 765380 กิโลเมตร ซึ่งใหญ่กว่าดวงอาทิตย์ หรือมีค่าประมาณ 1.1 เท่าของดวงอาทิตย์ แรงโน้มถ่วงที่พื้นผิวของระบบดาวคู่ อีเอ็กซ์ เคนิส ไมนอริส สามารถคำนวณได้ประมาณ 4.497 ในหน่วย CGS

อย่างไรก็ตามจากช่วงเวลาที่มีการศึกษาระบบดาวคู่อีเอ็กซ์ เคนิส ไมนอริสนี้ พบว่ามีการรายงานผลการศึกษาน้อย โดยทฤษฎีการวิวัฒนาการของระบบดาวคู่ ดาวฤกษ์แต่ละดวงที่เป็นสมาชิกมีการวิวัฒนาการอย่างต่อเนื่อง ซึ่งช่วงระยะเวลานี้ทำให้ผู้วิจัยมีความสนใจอย่างยิ่ง เนื่องจากเมื่อเวลาผ่านไประบบดาวคู่จะมีวิวัฒนาการอย่างต่อเนื่องอาจมีเหตุหรือปัจจัยที่ส่งผลทำให้ระบบดาวคู่ไม่เป็นไปตามทฤษฎีการวิวัฒนาการ เมื่อเปรียบเทียบกับระบบดาวคู่ระบบอื่นที่มีลักษณะทางกายภาพและชนิดใกล้เคียงกัน

Methodology

ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บข้อมูลและสังเกตการณ์ระบบดาวคู่อีเอ็กซ์ เคนิส ไมนอริส ณ หอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบพระชนมพรรษา นครราชสีมา สถาบันวิจัยดาราศาสตร์แห่งชาติ (องค์การมหาชน) ด้วยกล้องโทรทรรศน์ชนิดสะท้อนแสง ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางหน้ากล้อง 0.7 เมตร เชื่อมต่อเข้ากับระบบซีซีดีไฟโตเมตรี ทำการบันทึกภาพผ่านแผ่นกรองแสงในช่วงความยาวคลื่นสีน้ำเงิน (430 nm) สีเหลือง (550 nm) และสีแดง (600 nm) ตามระบบมาตรฐานยูบีวี ข้อมูลที่ได้เป็นภาพถ่ายทางดาราศาสตร์ จากนั้นนำภาพถ่ายมาทำการรีดักชันภาพเพื่อกำจัดสัญญาณรบกวนทางอิเล็กทรอนิกส์ จะได้ภาพถ่ายที่ผ่านการรีดักชันภาพเรียบร้อยแล้ว นำภาพถ่ายทางดาราศาสตร์วัดแสงด้วยเทคนิคดิฟเฟอเรนเชียลไฟโตเมตรี นำผลที่ได้จากการวัดแสงในขั้นตอนนำมาวิเคราะห์เพื่อสร้างกราฟแสง (Rattanamala *et al.*, 2024) โดยแกนตั้ง (y) เป็นค่าโชติมาตรหรือเฟส และในแกนนอน (x) เป็นค่าเวลา (t) ทำการวิเคราะห์หาค่าเวลาที่แสงน้อยที่สุดและคำนวณสมการเส้นตรงอพีเมอริสใหม่จากสมการ

$$HJD = HJD_0 + PE \quad (1)$$

โดยที่ HJD คือ เวลาที่แสงน้อยที่สุดขณะทำการสังเกตการณ์ อยู่ในรูปของวันจูเลียน

HJD₀ คือ เวลาอ้างอิงที่แสงน้อยที่สุด ณ รอบที่เริ่มต้นหรือ E=0

P คือ คาบวงโคจรของระบบดาวคู่

E คือ จำนวนรอบที่ระบบดาวคู่โคจรรอบกัน

จากนั้นสร้างแผนภาพ O – C และทำการวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงคาบวงโคจรจากสมการพหุนามเมียร์ลำดับที่ 2

$$O-C = aE^2 + bE + c \quad (2)$$

โดยที่ a คือ ค่าคงที่ที่มีผลต่อลักษณะของความโค้ง

b คือ ค่าคงที่ที่มีผลต่อตำแหน่งของจุดยอดของเส้นกราฟ

c คือ ค่าคงที่ที่กำหนดระดับหรือตำแหน่งเริ่มต้นของความโค้งของเส้นกราฟ

คำนวณหาอัตราการเปลี่ยนแปลงคาบวงโคจรจากสมการ

$$\frac{dP}{dt} = \left[\frac{\left(\frac{dP}{dE} \text{ day / cycle} \right) \times \left(\frac{1}{P} \text{ cycle / day} \right)}{(86400 \text{ sec / day})(365.25 \text{ day / year})} \right] \quad (3)$$

นำข้อมูลต่าง ๆ คำนวณหาค่าคุณสมบัติทางกายภาพของระบบดาวคู่อีเอ็กซ์ เคนิส ไมเนอร์ส ด้วยโปรแกรม Phoebe และสรุปและประเมินแนวโน้มการวิวัฒนาการของระบบดาวคู่อีเอ็กซ์ เคนิส ไมเนอร์ส

Results

ผู้วิจัยได้นำภาพถ่ายทั้งหมดที่ผ่านกระบวนการรีดักชันภาพแล้ว ทำการวิเคราะห์เพื่อวัดแสงด้วยเทคนิคดิฟเฟอเรนเชียลโฟโตเมตรี โดยใช้ฐานข้อมูลจากเว็บไซต์ SIMBAD ทำการเลือกดาว WISEA J072418.70+112625.8 เป็นดาวตรวจจสอบ (Check star) และดาว WISEA J072417.08+112703.1 เป็นดาวเปรียบเทียบ (Reference star) ดังแสดงใน Table 1 และ Figure 1

Table 1 Shows coordinates and brightness information of a binary star system EX Canis minoris, Check star and Reference star

Object	RA	DEC	Magnitude (V)
EX CMi	7 ^h 24 ^m 21.51 ^s	+11 ^o 27' 42.60"	12.32
Check star (WISEA J072418.70+112625.8)	7 ^h 24 ^m 18.71 ^s	+11 ^o 26' 25.81"	N/A
Reference star (WISEA J072417.08+112703.1)	7 ^h 24 ^m 17.06 ^s	+11 ^o 27' 03.02"	N/A

Note: <https://simbad.u-strasbg.fr/simbad/sim-basic>

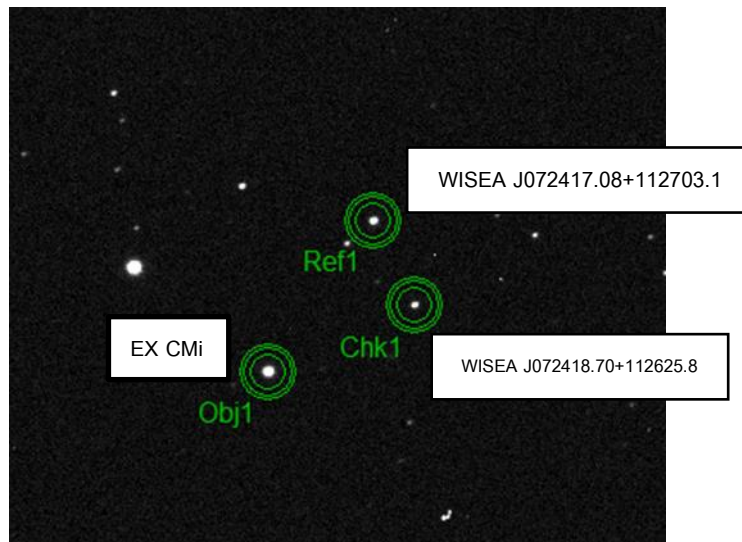


Figure 1 The image of a binary star system EX Canis minoris, Check star and Reference star

จากการรีดักชันภาพถ่าย (image reduction) โดยใช้โปรแกรม MaxIm DL Pro6 เมื่อดำเนินการเรียบร้อยแล้ว
 แสดงด้วยเทคนิคดิฟเฟอเรนเชียลโฟโตเมตรี นำข้อมูลที่ได้มาสร้างกราฟแสงดังแสดงใน Figure 2

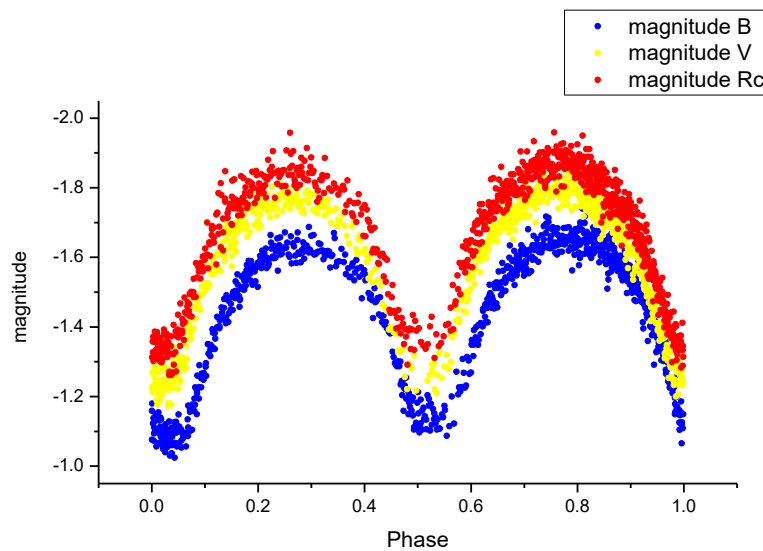


Figure 2 The light curve example of EX Canis minoris binary star system in blue, yellow and red wavelength

1.การหาค่าเวลาที่แสงน้อยที่สุด (Time of minimum)

ข้อมูลที่ได้จากการสังเกตการณ์ในช่วงความยาวคลื่นสีน้ำเงิน สีเหลือง และสีแดง สามารถนำมาวิเคราะห์หาค่าเวลาที่แสงน้อยที่สุด ซึ่งพิจารณาจากผลการคำนวณจุดต่ำสุดของกราฟแสงในทุกช่วงความยาวคลื่นของแต่ละวัน จากนั้นนำค่าที่ได้มาสร้างกราฟ โดยใช้โปรแกรม Origin Pro ดังแสดงภาพกราฟตัวอย่างใน Figure 3 และแสดงผลค่าเวลาที่แสงน้อยที่สุดที่ได้จากการสังเกตการณ์ (Yang & Qian, 2004) ดังแสดงใน Table 2

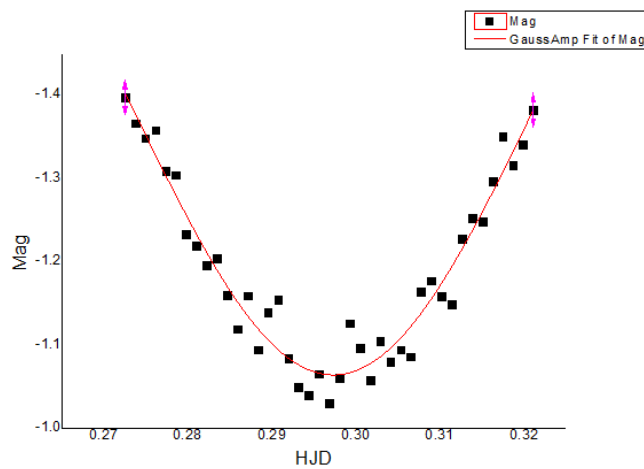


Figure 3 Example of a light curve used to calculate the time of minimum

Table 2 Time of minimum of EX Canis minoris binary star system from daily data collection

date/month/year	Time of minimum (2460000 +)			Average time of minimum	Type of eclipse
	Filter B	Filter V	Filter R		
9 November 2023	258.29734	258.29614	258.29581	258.29643	secondary
19 November 2023	268.3343	268.33535	268.33505	268.3348	secondary
3 January 2024	313.2232	313.22269	313.22716	313.22435	secondary
	313.36957	313.36912	313.37029	313.36966	Primary
4 January 2024	314.08488	314.09220	314.09586	314.09098	secondary
	314.22801	314.22875	314.22715	314.22557	Primary
5 January 2024	315.09197	315.09096	315.09175	315.09156	Primary
	315.37717	315.37905	315.37708	315.37777	Primary

Note: On the night of 5 January 2024, during the secondary eclipse, the telescope stopped at the crossing meridian, which corresponds exactly to the location of the secondary eclipse. Therefore cannot be photographed

2.การหาสมการเส้นตรงอีพิเมอร์สใหม่

การคำนวณสมการเส้นตรงอีพิเมอร์สใหม่มีความจำเป็นในการอ้างอิงถึงสมการเส้นตรงอีพิเมอร์สเดิมที่นักดาราศาสตร์ในอดีตได้คำนวณไว้ สำหรับงานวิจัยนี้ได้อ้างอิงและใช้ข้อมูลของ Bob Nelson นักดาราศาสตร์ที่เคยคำนวณไว้เพื่อหาสมการเส้นตรงอีพิเมอร์สเดิม ดังแสดงใน Table 3

Table 3 Time of Minimum and Epoch of EX Canis minoris by Bob Nelson

Time of Minimum (2400000+)	Epoch	Type of eclipse
53759.638	0	na
55273.7218	5278.5	Primary
55979.636	7739.5	secondary
58507.9941	16554	secondary
59284.03800	19259.5	Primary
59919.81830	21476	secondary
59617.06030	20420.5	secondary
59617.06030	20420.5	secondary
59617.06080	20420.5	secondary
59617.20400	20421	Primary
59617.20460	20421	Primary
59617.20470	20421	Primary

นำข้อมูลค่ายุคและค่าเวลาที่แสงน้อยที่สุดไปเขียนกราฟความสัมพันธ์ เพื่อคำนวณหาสมการเส้นตรงอีพิเมอร์สเดิม ดังแสดงใน Figure 4

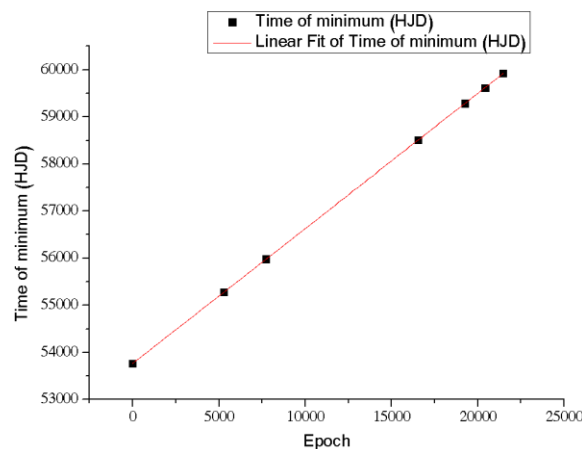


Figure 4 Old linear ephemeris of EX Canis minoris by Bob Nelson

ได้สมการเส้นตรงอีพิเมอร์สเดิม คือ

$$HJD = 2453759.63638 + 0.28684 (\pm 5.49627 \times 10^{-8})E \quad (4)$$

3.การหาค่ายุค

การคำนวณหาค่ายุค ผู้วิจัยได้อ้างอิงสมการเส้นตรงอีพิเมอร์สเดิมของ Bob Nelson โดยใช้ค่าเวลาที่แสงน้อยที่สุดของงานวิจัยนี้ ผลปรากฏดังแสดงใน Table 4

Table 4 Shows the epoch of the EX Canis minoris for this research

date/month/year	Time of Minimum (2460000+)	Epoch	Type of eclipse
9 November 2023	258.29643	22656	secondary
19 November 2023	268.3348	22691	secondary
	313.22435	22847.5	secondary
3 January 2024	313.36966	22848	Primary
	314.09098	22850.5	secondary
4 January 2024	314.22557	22851	Primary
	315.09156	22854	Primary
5 January 2024	315.37777	22855	Primary

นำข้อมูลค่ายุคและค่าเวลาที่แสงน้อยที่สุดของงานวิจัยนี้ ไปรวมกับค่ายุคและค่าเวลาที่แสงน้อยที่สุดของ Bob Nelson เพื่อทำการเขียนกราฟความสัมพันธ์และคำนวณหาค่าสมการเส้นตรงอีพิเมอร์สเดิมใหม่ของงานวิจัยนี้ โดยการเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าแสงน้อยที่สุดกับค่ายุค ดังแสดงใน Figure 5

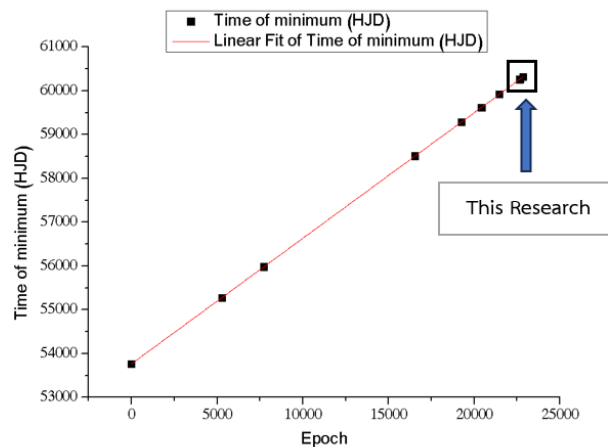


Figure 5 The light curve shows the relationship between epoch value and time of minimum of this research

คำนวณหาสมการเส้นตรงอีพิเมอร์สใหม่จาก Figure 5 ได้ดังสมการที่ (5)

$$HJD = 2453759.635 (\pm 0.00178) + 0.28684 (\pm 8.97951 \times 10^{-8})E \quad (5)$$

4.การหาค่า O-C

นำค่าเวลาที่แสงน้อยที่สุดที่ได้จากการสังเกตการณ์ (O) ลบออกจากค่าเวลาที่แสงน้อยที่สุด (C) จากสมการที่ (6)

$$C = HJD_0 + PE_0 \quad (6)$$

จากนั้นนำค่า O-C กับค่ายุค มาเขียนกราฟโดยใช้สมการพหุนามเมื่อยลำดับที่ 2 การคำนวณหาค่า O-C หรือการคำนวณผลต่างของค่าเวลาที่แสงน้อยที่สุดจากการสังเกตการณ์กับค่าเวลาที่แสงน้อยที่สุดจากการคำนวณ ณ ตำแหน่งที่เกิดอุปราคาในแต่ละคืน ดังแสดงใน Table 5 หลังจากนั้นนำข้อมูลค่า O-C ไปรวมกับค่า O-C ของงานวิจัยอื่นในอดีตที่นักดาราศาสตร์อื่นที่เคยได้คำนวณไว้ จากนั้นนำไปเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่ายุค และค่า O-C โดยให้ ค่ายุค อยู่ในแกน X และ ค่า O-C อยู่ในแกน Y (Nagudnok & Rangsungnoen, 2024) โดยผลปรากฏดังแสดงใน Figure 6

Table 5 O-C value of EX Canis minoris for this research

date/month/year	Time of Minimum (2460000+)		O-C
	(O)	(C)	
9 November 2023	258.29643	258.29184	0.00459
19 November 2023	268.3348	268.33125	0.00355
3 January 2024	313.22435	313.22175	0.0026
	313.36966	313.36517	0.00449
4 January 2024	314.09098	314.08228	0.0087
	314.22557	314.22567	-0.0001
5 January 2024	315.09156	315.08622	0.00534
	315.37777	315.37306	0.00471

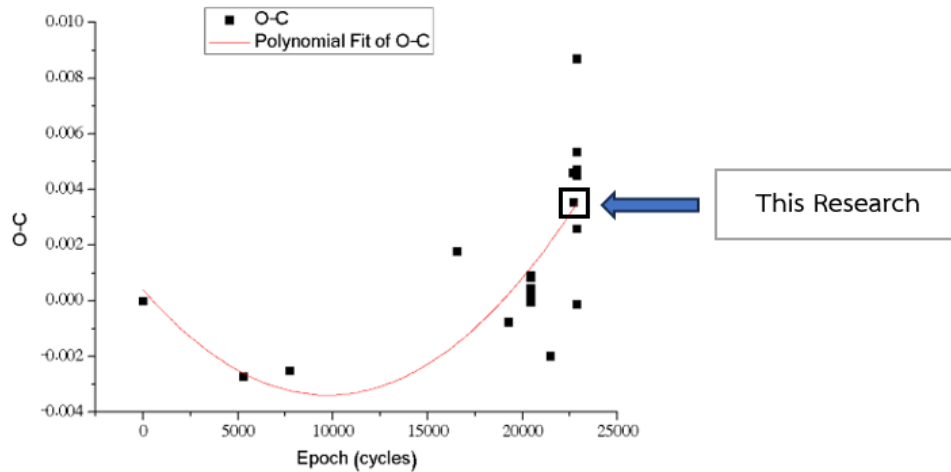


Figure 6 The graph of relationship between epoch value and O-C value shows the trend of orbital period change of EX Canis minoris

5.การคำนวณหาคาบวงโคจร

จาก Figure 6 เป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่ายุคและค่า O-C โดยเส้นกราฟ(สีแดง) แสดงถึงแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงคาบวงโคจรของระบบดาวคู่อีเอ็กซ์ เคนิส ไมนอริส ซึ่งสอดคล้องกับลักษณะของเส้นกราฟที่มีแนวโน้มเป็นรูปพาราโบลาแบบหงาย แสดงว่าระบบดาวคู่อีเอ็กซ์ เคนิส ไมนอริส มีแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงคาบวงโคจรที่เพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง และเมื่อได้ทำการวิเคราะห์เชิงตัวเลขด้วยสมการพหุนามเมื่อยลลำดับที่ 2 (second order polynomial fitting) ดังสมการที่ (7)

$$O-C = aE^2 + bE + c \quad (7)$$

จากสมการสามารถคำนวณผลลัพธ์ดังสมการที่ (7) จะได้ว่า

$$O-C = (3.99801 \times 10^{-11})E^2 + (-7.78327 \times 10^{-7})E + (3.99921 \times 10^{-4})$$

ดังนั้น จะได้ค่า $a = 3.99801 \times 10^{-11}$

และค่าอัตราการเปลี่ยนแปลงคาบวงโคจร จากการเทียบสัมประสิทธิ์ จากสมการ

$$\frac{dP}{dE} = 2(3.99801 \times 10^{-11})$$

$$\frac{dP}{dE} = 7.99602 \times 10^{-11} \quad \text{day/cycle}$$

แสดงให้เห็นว่า ระบบดาวคู่อีเคกซ์ เคนิส ไมนอริส มีอัตราการเปลี่ยนแปลงคาบวงโคจรเท่ากับ 7.9802×10^{-11} วันต่อการเคลื่อนที่ครบหนึ่งรอบ หรือเมื่อต้องการทราบว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงคาบวงโคจร ซึ่งเมื่อเทียบกับเวลาในหน่วย (sec/yeas) ดังสมการที่ (8)

$$\frac{dP}{dt} = \left[\frac{(7.99602 \times 10^{-11} \text{ day / cycle}) \times \left(\frac{1}{0.28684} \text{ cycle / day} \right)}{(86400 \text{ sec / day})(365.25 \text{ day / year})} \right] \quad (8)$$

$$\frac{dP}{dt} = 8.83345 \times 10^{-18} \text{ sec / year}$$

ดังนั้นระบบดาวคู่อีเคกซ์ เคนิส ไมนอริส มีอัตราการเปลี่ยนแปลงคาบวงโคจรที่เพิ่มขึ้น เท่ากับ 8.83345×10^{-18} วินาทีต่อปี สอดคล้องกับแนวโน้มของเส้นกราฟ O-C ที่มีลักษณะเส้นกราฟเป็นรูปพาราโบลาแบบหงาย จากแผนภาพ O-C เมื่อนำข้อมูลผลต่างระหว่างค่า O-C ที่ได้จากการคำนวณด้วยสมการเส้นตรงอพิเมอร์ริส และค่าที่ได้จากการคำนวณด้วยสมการโพลีโนเมียล (Polynomial Fit Curve Quadratic Polynomial fitting method) (Rangsunnoen, 2013) มาเขียนกราฟความสัมพันธ์ จะได้แผนภาพ O-C Residual ดังโนแสดงใน Figure 7

จาก Figure 7 เส้นกราฟมีแนวโน้มแสดงรูปแบบคลื่นไซน์ (Sine wave) ซึ่งแสดงให้เห็นว่า ภายในระบบดาวคู่อีเคกซ์ เคนิส ไมนอริส อาจจะมีวัตถุวงที่สามร่วมอยู่ในระบบ ดังนั้นจากแผนภาพ (O-C)₂ สามารถหา Periodic ephemeris ที่ดีที่สุดได้ดังสมการที่ (9) (Rangsunnoen, 2015)

$$(O-C)_2 = -6.09642 \times 10^{-4} + 0.00152 \sin\left(\pi \frac{E - 5229.53341}{1696.42959}\right) \quad (9)$$

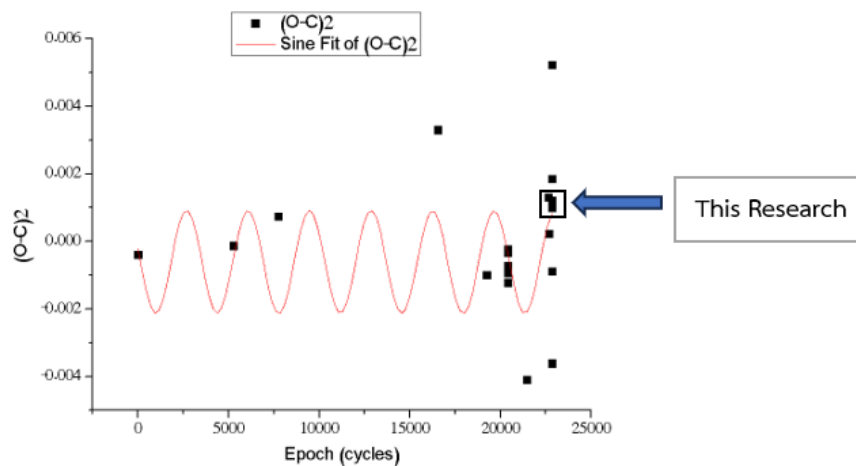


Figure 7 The graph of O-C Residual of EX Canis minoris

จากสมการ $(O-C)_2$ พบว่าค่า Residuals มีการเปลี่ยนแปลงที่มีอัตราเร็วเชิงมุมเป็นหน่วย เรเดียนต่อรอบ และมีค่า Semi-amplitude เท่ากับ 0.00152 วัน ซึ่งสามารถนำไปหาค่า light-time ได้โดยการแปลงหน่วยวันเป็นวินาทีแล้วคูณด้วยความเร็วแสง จะทำให้ได้ระยะทาง แสดงการคำนวณหาระยะทางดังนี้

$$\begin{aligned} \text{จากสมการ } (O-C)_2 \text{ พบว่ามีค่า Semi-amplitude เท่ากับ } 0.00152 \text{ วัน ซึ่งสามารถนำมาหาค่า light-time จากสมการ} \\ \text{ระยะทาง} &= 0.00152 \text{ day} \times 86400 \text{ sec} \times 3 \times 10^8 \text{ m/s} \\ &= 3.93984 \times 10^{10} \text{ m} \end{aligned}$$

หรือระยะทางในหน่วยดาราศาสตร์ (AU) หาได้จาก 1 AU มีค่าเท่ากับ $1.496 \times 10^{11} \text{ m}$

จะได้ระยะทางในหน่วยดาราศาสตร์ (AU) $= (3.93984 \times 10^{10}) / (1.496 \times 10^{11} \text{ m}) = 0.26335 \text{ AU}$

ดังนั้นระยะทางในหน่วยดาราศาสตร์ ของวัตถุที่สามอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของระบบดาวคู่อีเก็กซ์ เคนิส ไมนอร์ริส มีค่าเท่ากับ 0.26335 AU

6.การวิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์ทางกายภาพของระบบดาวคู่อีเก็กซ์ เคนิส ไมนอร์ริสโดยใช้โปรแกรม PHOEBE

นำข้อมูลการเปลี่ยนแปลงคาบวงโคจรและลักษณะทางกายภาพของระบบดาวคู่อีเก็กซ์ เคนิส ไมนอร์ริส มาทำการวิเคราะห์และคำนวณหาองค์ประกอบทางกายภาพ โดยใช้ผลการคำนวณจากโปรแกรม PHOEBE เพื่อหาผลลัพธ์จากการคำนวณที่ดีที่สุด ผลปรากฏดังแสดงใน Table 6 และแสดงตัวอย่างกราฟแสงสัณเคราะห์ที่ได้จากการคำนวณ ดังแสดงใน Figure 8

7.การสร้างแบบจำลองของระบบดาวคู่อีเก็กซ์ เคนิส ไมนอร์ริส

นำชุดข้อมูลพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดของระบบดาวคู่อีเก็กซ์ เคนิส ไมนอร์ริส จาก Table 6 สร้างแบบจำลองผ่าน โปรแกรม PHOEBE จะได้แบบจำลองของระบบดาวคู่ (Skelton & Smits, 2009) ดังแสดงใน Figure 9

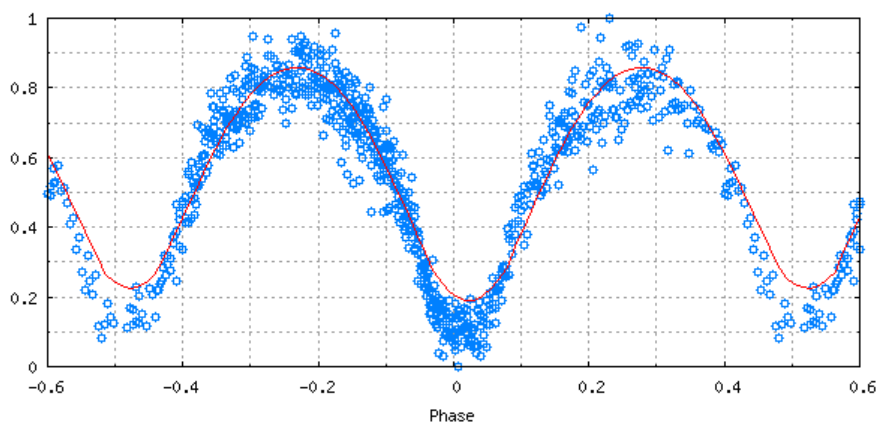


Figure 8 The graph of O-C Residual of EX Canis minoris

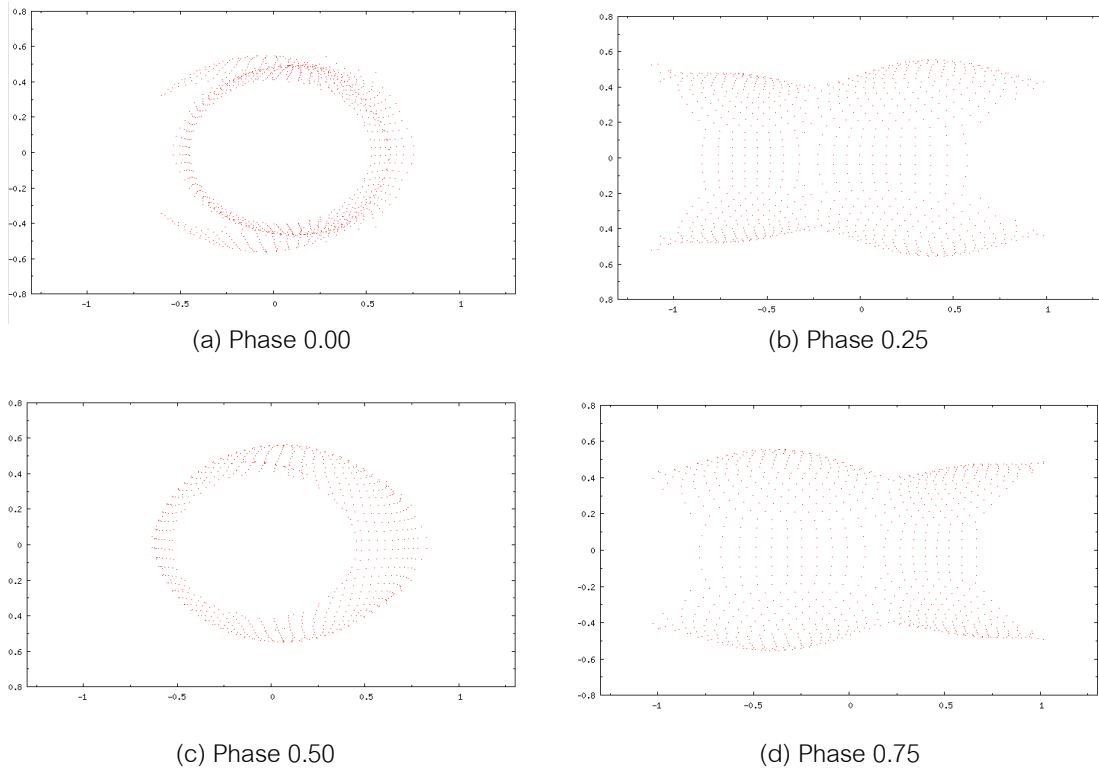


Figure 9 Model of EX Canis minoris

8. การคำนวณหาค่าองศาการแตะกัน

ระบบดาวคู่แบบแตะกัน สามารถเปรียบเทียบกับระบบใดแตะกันมากน้อยเท่าใด โดยใช้องศาของการแตะกัน หรือ Fill-out Factor (f) เป็นปริมาณตัดสิน (Carroll & Ostlie, 2007) สำหรับระบบดาวคู่อิเคอร์ส เคนิส ไมนอริส สามารถคำนวณองศาการแตะกันได้ผลดังสมการ

$$f = \frac{(\Omega_{in} - \Omega)}{(\Omega_{in} - \Omega_{out})} \times 100\% \quad , \quad \Omega \leq \Omega_{in}$$

โดยที่ $\Omega = \text{PHSV} = \text{PCSV} = 3.75997$

$$\Omega_{in} = \Omega(L_1) = 5.009251$$

$$\Omega_{out} = \Omega(L_2) = 4.417769$$

$$f = \frac{(5.009251 - 3.75997)}{(5.009251 - 4.417769)} \times 100\% = 211.21\%$$

ดังนั้นระบบดาวคู่อิเคอร์ส เคนิส ไมนอริส มีองศาของการแตะกันเท่ากับ 221.21% แสดงว่าดาวคู่ระบบนี้เป็นระบบดาวคู่แบบใกล้ชิด ชนิดแตะกันมาก (over contact binary)

Table 6 Best parameters of the binary star system EX Canis minoris

Parameters	Symbol	Results
Heliocentric Julian date (d)	HJD ₀	2453759.63638
Period (d)	P	0.28684
Semi major axis (R _s)	SMA	0.55900
Rate mass of primary and secondary star	q = M ₂ / M ₁	1.83000
inclination (°)	i	89.00
Effective temperature of primary star (K)	T ₁	6000
Effective temperature of secondary star (K)	T ₂	6300
Surface potential of primary and secondary star	Ω	3.75997
Inside surface potential	Ω _{in}	5.009251
Outside surface potential	Ω _{out}	4.417769
Albedo average of primary and secondary star	A ₁ = A ₂	0.6
Gravitation Brightening	g ₁ = g ₂	0.32
Luminosity of primary star in blue filter	L _{1B} / (L _{1B} +L _{2B})	3.693458
Luminosity of primary star in yellow filter	L _{1V} / (L _{1V} +L _{2V})	3.735486
Luminosity of primary star in red filter	L _{1R} / (L _{1R} +L _{2R})	3.633575
Mass of primary star (M _s)	M ₁	0.010099
Mass of secondary star (M _s)	M ₂	0.08480
Radius of primary star (R _s)	R ₁	0.305799
Radius of secondary star (R _s)	R ₂	0.364804
Bolometric magnitudial of primary star	M _{bol1}	6.780426
Bolometric magnitudial of primary star	M _{bol2}	7.195585
Phase shift	PSHIFT	0.02275

Discussion

ระบบดาวคู่ฮีเอกซ์ เคนิส ไมเนอร์ส ได้ถูกวิเคราะห์ตามขั้นตอนของการวิจัยพบว่าจากข้อมูลที่น่าไปสร้างกราฟแสงในช่วงความยาวคลื่นสีน้ำเงิน สีเหลือง และสีแดง สามารถคำนวณสมการเส้นตรงอพิเมอริสใหม่ โดยมีคาบวงโคจรใหม่ เท่ากับ 0.28684 วัน ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิเคราะห์จากแผนภาพ O-C ปรากฏว่ามีลักษณะเป็นกราฟพลาโบลาหงาย โดยสามารถคำนวณอัตราการเปลี่ยนแปลงคาบวงโคจรของระบบดาวคู่ฮีเอกซ์ เคนิส ไมเนอร์ส พบว่ามีอัตราการเปลี่ยนแปลงคาบวงโคจรที่เพิ่มขึ้น

เท่ากับ 8.83345×10^{-18} วินาทีต่อปี อย่างไรก็ตามการเพิ่มขึ้นของวงโคจรอาจมีปัจจัยอื่นเข้ามาเสริมทำให้การเปลี่ยนแปลงคาบวงโคจรไม่เป็นไปตามทฤษฎีการวิวัฒนาการของระบบดาวคู่ (Qian, *et al.*, 2020) ซึ่ง Erdem *et al.* (2007) ได้ศึกษาการเปลี่ยนแปลงคาบวงโคจรของระบบดาวคู่แบบใกล้ชิด จำนวน 4 ระบบ ได้แก่ SW Cyg, UU Leo, AV Hya และ AN And พบว่าแผนภาพ O-C ของระบบดาวคู่เหล่านี้แสดงลักษณะของเส้นกราฟเป็นรูปพาราโบลาที่มีคลื่นชายนี้อซ้อนทับอยู่ (Parabolic forms with superimposed sinusoidal variations) ซึ่งคณะผู้วิจัย อธิบายว่าเกิดจากการถ่ายเทมวล (Mass Transfer) ระหว่างดาวฤกษ์ในระบบหรือการสูญเสียมวลจากระบบ ซึ่งทำให้คาบวงโคจรเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง ส่วนกรณีที่เส้นกราฟปรากฏรูปคลื่นชายนี้อธิบายว่าเกิดจากผลกระทบจากเวลาเดินทางของแสง (Light-Travel Time Effect - LTTE) เนื่องจากมีวัตถุที่สาม (Third Body) โคจรรอบระบบดาวคู่หลัก หรืออาจเกิดจากกลไก Applegate อย่างไรก็ตามการตรวจหาวัตถุที่สามในระบบดาวคู่ (Third-Body Detection) นั้น Barlow *et al.* (2011) ได้ศึกษาความผันผวนในแผนภาพ O-C ของระบบดาวคู่ CS 1246 พบว่าเส้นกราฟมีลักษณะรูปคลื่นชายนี้อ (Sinusoidal variation) ที่ชัดเจนในแผนภาพ O-C คณะผู้วิจัยสรุปว่าลักษณะคลื่นชายนี้อเกิดจากวัตถุที่มีมวลน้อย (Low-mass companion) เช่น ดาวเคราะห์หรือดาวแคระน้ำตาล โคจรรอบดาวหลัก ซึ่งส่งผลให้เกิดการเลื่อนของเวลาอุปราคาตามคาบวงโคจรของวัตถุนั้น ในกรณีการศึกษาในระบบดาวคู่ประเภทแตะกัน (Contact Binaries) มีหลากหลายงานวิจัย โดย Zervas *et al.* (2024) ได้วิเคราะห์กลไกการเปลี่ยนแปลงคาบวงโคจรของระบบดาวคู่ TZ Bootis ซึ่งคณะผู้วิจัยได้พิจารณาลักษณะของเส้นกราฟและใช้การวิเคราะห์แบบ Eclipsing Time Variation (ETV) ผ่านแผนภาพ O-C เพื่อแยกแยะระหว่างแนวโน้มระยะยาว (Long-term trend) และความผันผวนที่เป็นคาบ (Periodic fluctuations) งานวิจัยนี้แสดงให้เห็นว่าการใช้ Parabolic fit และ Sinusoidal fit ร่วมกันช่วยให้สามารถระบุได้ว่า ระบบมีการถ่ายเทมวลควบคู่ไปกับการมีวัตถุที่สามหรือกิจกรรมทางแม่เหล็ก (Applegate mechanism) อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์ภาพรวมของระบบดาวคู่อุปราคา (Eclipsing Binaries Study) Rovithis-Livaniou (2020) ได้สรุปวิธีการวิเคราะห์แผนภาพ O-C จากประสบการณ์การวิจัยหลายทศวรรษ ประเด็นที่สำคัญคือได้ยืนยันว่าการใช้ Quadratic fit (Parabola) เป็นขั้นตอนแรกที่สำคัญในการวิเคราะห์แนวโน้มการเปลี่ยนแปลงคาบในระยะยาวและการวิเคราะห์ Residuals ด้วย Sinusoidal fit เป็นมาตรฐานในการค้นหาปรากฏการณ์ที่เป็นวัฏจักร ดังนั้นการตีความลักษณะกราฟเป็นรูปพาราโบลาและคลื่นชายนี้อ ในแผนภาพ O-C เป็นวิธีการมาตรฐานทางวิทยาศาสตร์ที่ใช้กันอย่างแพร่หลายและมีหลักฐานเชิงประจักษ์รองรับ การที่แผนภาพ O-C ของงานวิจัยนี้แสดงลักษณะดังกล่าวจึงเป็นสิ่งที่อธิบายได้ตามหลักดาราศาสตร์ฟิสิกส์อย่างตรงไปตรงมา ดังนั้นผลการวิจัยจากงานวิจัยนี้ผู้วิจัยพิจารณาแล้วพบว่าอาจเกิดจากการมีจตุรอันเกิดขึ้นภายในดาวฤกษ์ ส่งผลให้ระบบดาวคู่อมีการเปลี่ยนแปลงคาบชั่วคราว (Hurley *et al.*, 2002)

Conclusions

ระบบดาวคู่อีเคซ เคนิส ไมนอริส เดิมเป็นดาวแปรแสง ซึ่งต่อมาได้รับการเสนอว่าเป็นระบบดาวคู่แบบใกล้ชิด โดย Heinze *et al.* ในปี 2018 และถูกยืนยันว่าเป็นระบบดาวคู่ชนิดดับเบิลยู เออร์ซา เมเจอร์ อยู่ในกลุ่มดาวสุนัขเล็ก ผลการวิจัยพบว่าระบบดาวคู่นี้เป็นระบบดาวคู่แบบใกล้ชิด ชนิดดับเบิลยู เออร์ซา เมเจอร์ มีคาบวงโคจรเท่ากับ 0.28684 มีอัตราการเพิ่มขึ้นของคาบวงโคจรเท่ากับ 8.83345×10^{-18} วินาทีต่อปี สอดคล้องกับแนวโน้มของเส้นกราฟ O-C ที่แสดงลักษณะเป็นเส้นกราฟพาราโบลาแบบหงาย และจากแผนภาพ O-C Residual มีลักษณะของเส้นกราฟจากผลการคำนวณ ที่อาจเป็นรูปคลื่นไซน์ บ่งชี้ว่า ภายในของระบบของระบบดาวคู่อีเคซ เคนิส ไมนอริส อาจมีแรงโน้มถ่วงจากดวงดาวดวงที่สามที่มากระทำต่อระบบ ซึ่งผลจากการคำนวณพบว่า วัตถุที่สามอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวลของระบบดาวคู่ เป็นระยะทาง 0.26335 AU เมื่อนำข้อมูลองค์ประกอบทางกายภาพไปคำนวณโดยใช้โปรแกรม PHOEBE ได้ผลการคำนวณของค่าพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดดังแสดงใน Table 6 และเมื่อนำข้อมูลค่าพารามิเตอร์ไปสร้างแบบจำลอง ผลปรากฏว่า ระบบดาวคู่นี้เป็นระบบดาวคู่ชนิดตะกั๊กกันมาก

Acknowledgments

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณ สกสว. ที่ได้ให้การสนับสนุนทุนวิจัยในครั้งนี้ ขอขอบคุณสถาบันวิจัยดาราศาสตร์แห่งชาติ (องค์การมหาชน) สำหรับการให้บริการเครื่องมือและคำแนะนำต่าง ๆ

References

- Barlow, B. N., Dunlap, B. H., Clemens, J. C., Reichart, D. E., Ivarsen, K. M., LaCluyze, A. P., Haislip, J. B., & Nysewander, M. C. (2011). Fortnightly fluctuations in the O—C diagram of CS 1246. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 414(4), 3434-3441.
- Benacquista, M. (2013). *An Introduction to the Evolution of Single and Binary Stars*. U.S.A: Springer Science+Business Media New York.
- Brown , A. G. A., Vallenari, A., Prusti, T., Bruijine, J. H. J., Babusiaux, C., Biermann, M., Creevey, O. L., Evans, D. W., Eyer, L., Hutton, A., Jansen, F., Jordi, C., Klioner, S. A., Lammers, U., Lindegren, L., Luri, X., Mignard, F., Panem, C., Pourbaix, P., Randich, S., Sartoretti, P., & Zwitter, T. (2021). Gaia Early Data Release 3. Summary of the contents and survey properties. *Astronomy and Astrophysics Journal*, special issue, 649(A1), 1-20.
- Carroll, B., & Ostlie, D. (2007). *An Introduction to Modern Astrophysics*. 2nd Edition, San Francisco: Addison-Wesley.

Conroy, K. E., Kochoska, A., Heyim, B., Pablo, H., Latham, D. W., & Prša, A. (2020). Physics of Eclipsing Binaries. II. Toward the Complete Model. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 250(2), 34.

Eker, Z., Soyduğan, F., Bilir, S., Bakış, V., & Erdem, A. (2021). Main-sequence effective temperature scale, magnitudes, and colors of early-type stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 506(1), 1186–1208. doi.org/10.1093/mnras/stab1714

Erdem, A., Serkan dogru, S., Volkan Bakis, & Demircan, O. (2007). Orbital period variations of four Algol-type eclipsing binaries. *Astronomische Nachrichten*, 328(6), 543-554.

Heinze, A.N., Tonry, J. L., Denneau, L., Flewelling, H., Stalder, B., Rest, A., Smith, K. W., Smartt S. J., & Weiland, H. (2018). A first catalog of variable stars measured by the Asteroid Terrestrial-impact Last Alert System (ATLAS). *The Astronomical Journal*, 156(5), 1-49.

Hurley, J. R., Tout, C. A., & Pols, O. R. (2002). Evolution of binary stars and the effect of tides on binary populations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 329(4), 897-928.

Kallrath, J., & Milone, E. F. (2009). *Eclipsing Binary Stars: Modeling and Analysis (2nd ed.)*. Springer-Verlag.

Komolchinda, S. (2008). *Orbital Period Changes and Evolution of Binary Systems: A.K. Canis Minoris*. [Unpublished Master's Thesis]. Chiang Mai University. (in Thai).

Kreiner, J. M., Kim, C.-H., & Nha, I.-S. (2001). *An Atlas of O-C Diagrams of Eclipsing Binary Stars*. Wydawnictwo Naukowe Akademii Pedagogicznej.

Latković, O., Ceki, A., & Lazarević, S. (2021). A Catalog of Overcontact Binary Stars. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 254(1), 10. doi.org/10.3847/1538-4365/abe420

Nagudnok, K., & Rangsungnoen, T. (2024). Orbital Period Change and Light Curve Analysis of a Binary System V410 Aurigae. *YRU Journal of Science and Technology*, 8(2), 9-18. (in Thai)

Pecaut, M. J., & Mamajek, E. E. (2013). Intrinsic Colors, Temperatures, and Bolometric Corrections of

- Pre-main-sequence Stars. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 208(1), 9.
doi.org/10.1088/0067-0049/208/1/9
- Prša, A., & Zwitter, T. (2005). A Computational Framework for the Spectrophotometric Modeling of Eclipsing Binary Stars. *The Astrophysical Journal*, 628(1), 426–438. doi.org/10.1086/430591
- Qian, S.-B., Zhu, L. Y., Liu, L., Zhang, X. D., Shi, X. D., He, J. J., & Zhang, J. (2020). Contact binaries at different evolutionary stages. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 20(10), 163-1-20.
- Rangsunгноen, T. (2015). Third body and Evolution of a Binary System FZ Orionis. *KKU Science Journal*, 43(2), 333-345. (in Thai)
- Rangsunгноen, T. (2013). Physical Structure of W Uma Binary System LO Andromeda. *KKU Science Journal*, 41(1), 203-212. (in Thai)
- Rattanamala, R., Kerdprang, T., Longsanthia, P., & Wutsang, S.. (2024). PU Virginis The New Light Curves of a Binary Star System PU Virginis. *Burapha Science Journal*, 29(1), 266–273. Retrieved from <https://li05.tci-thaijo.org/index.php/buuscij/article/view/428> (in Thai)
- Rovithis-Livaniou, H. (2020). Study of Eclipsing Binaries: Light Curves & O-C Diagrams Interpretation. *Galaxies*, 8(4), 78.
- Samec, R. G., & Hube, D. P. (1991). The first synthesized light curves of the short-period contact binary, EX Canis Minoris. *The Astronomical Journal*, 102, 1171–1178. doi.org/10.1086/115939
- Skelton, P.L., & Smits, D.P. (2009). Modelling of W UMa-type variable stars. *South African Journal of Science*, 105(2), 120–126.
- Wilson, R. E., & Devinney, E. J. (1971). Realization of Accurate Close-Binary Light Curves: Application to MR Cygni. *The Astrophysical Journal*, 166, 605. doi.org/10.1086/150986
- Yang, Y.-G., & Qian, S.-B. (2004). A CCD Photometric Study of the W Uma-Type Binary System EZ Hydrae. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 116(823), 826–832.
- Zacharias, N., Finch, C. T., Girard, T. M., Henden, A., Bartlett, J. L., Monet, D. G., & Zacharias, M. I..

(2013). THE FOURTH US NAVAL OBSERVATORY CCD ASTROGRAPH CATALOG (UCAC4).

The Astrophysical journal, 145(2), 1-14.

Zervas, K., Christopoulou, P. E., & Papageorgiou, A.. (2024). Investigating period variability mechanisms in eclipsing binary stars through eclipsing time variation analysis: a case study of TZ Bootis.

The Astrophysical Journal, 961(97), 1-12.